

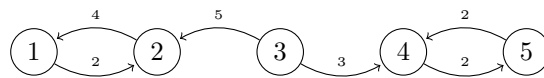
Ejercicios: 2º Parcial

1. Se considere el juego de un jugador cuyas jugadas son independiente, y tienen probabilidad 50 % de hacer ganar o perder 2 monedas. Se asuma que el jugador empieza a jugar con 7 monedas y que el juego se acaba cuando el jugador se queda con un número de monedas inferior a las necesarias para apostar en la jugada, o bien cuando llegue a tener más de 10 monedas:

- a) Definir el proceso $(S_n, n \geq 1)$ que mide la cantidad de dinero poseída por el jugador después de la jugada número $n \geq 1$ y verificar que es una martingala.
- b) Definir formalmente el tiempo de parada N que indica el momento en el que se acaba el juego.
- c) Calcular la función de probabilidad de S_N .
- d) Calcular la varianza de S_N .

(3 Puntos)

2. Dada la cadena de Markov con estados $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ y diagrama



- a) Caracterizar los estados y encontrar el generador de la cadena.
- b) Encontrar la matriz de transición de la cadena incrustada.
- c) Asumiendo que empiece en el estado 2 calcular la distribución de $X(1/2)$.
- d) Calcular la distribución límite, $\nu(\infty|2)$, empezando en el estado 2.
- e) Calcular la distribución límite, $\nu(\infty|4)$, empezando en el estado 4.
- f) Calcular la distribución límite, $\nu(\infty|3)$, empezando en el estado 3.

(4 Puntos)

3. Se considere una empresa cuyo superávit, $M(t)$, sigue el siguiente modelo

$$M(t) = 6 - 2t + 2B^2(t), \quad t \geq 0$$

donde $B(t)$ es el proceso Browniano estándar.

- a) Mostrar que el proceso de superavit es una martingala.
- b) Calcular la probabilidad de que la empresa quiebre antes de alcanzar un nivel de 8

(3 Puntos)